Jurnal **INTEKNA, Tahun XII, No. 1, Mei 2012 : 51 - 57**

ANALISIS KONTROL SISTEM PENDULUM TERBALIK MENGGUNAKAN REGULATOR KUADRATIK LINEAR

Nurmahaludin [1]

[1] Staf Pengajar Jurusan Teknik Elektro Politeknik Negeri Banjarmasin

Ringkasan

Beragam metode digunakan dalam sistem kontrol untuk mendapatkan respon sistem yang diinginkan. Regulator Kuadratik Linear pada dasarnya merupakan upaya memperoleh Gain umpan balik melalui pemilihan parameter yang akan meminimumkan indeks performansi. Pada penelitian ini metode tersebut digunakan untuk mengontrol sistem pendukum terbalik kemudian dilakukan analisis terhadap respon dan kestabilan sistem. Pengujian dilakukan untuk nilai Q dan R berbeda, kemudian dilakukan pengamatan terhadap respon yang dihasilkan yaitu posisi kereta dan sudut pendulum. Kriteria performansi yang diinginkan adalah waktu mapan kurang dari lima detik, waktu bangkit kurang dari dua detik, serta simpangan pendulum maksimum 15^{o}*. Nilai Q dan R kemudian digunakan untuk menghasilkan Gain umpan balik K dan sinyal kontrol optimal u*. Hasil pengujian menunjukkan bahwa untuk mencapai kriteria performansi yang ditentukan, nilai* $Q_x=50$, $Q_{theta}=100$, *dan R=1 memberikan hasil yang cukup baik.*

Kata Kunci *: Pendulum Terbalik, Regulator Kuadratik Linear, Gain Umpan Balik*

1. PENDAHULUAN

Pada teori kontrol konvensional yang dianggap penting hanyalah sinyal-sinyal masukan, keluaran, dan sinyal kesalahan. Analisis dan desain sistem kontrol dilakukan dengan menggunakan fungsi alih. Kelemahan pokok dari teori kontrol konvensional adalah bahwa pada umumnya teori ini hanya dapat diterapkan pada sistem linear parameter konstan yang mempunyai satu masukan dan satu keluaran. Teori ini tidak dapat diterapkan untuk sistem dengan multi input multi output (MIMO) ataupun sistem non linear.

Sistem pendulum terbalik merupakan sistem dengan multi input multi output sehingga analisisnya akan lebih mudah dilakukan menggunakan pendekatan state space. Agar pendulum terbalik mempunyai respon yang cepat dan stabil dengan tetap menjaga pendulum tidak jatuh, diperlukan suatu pengontrolan. Sistem kontrol yang dirancang untuk mengatur state sekaligus mengatur sinyal kontrol agar optimal dikenal dengan sistem kontrol optimal. Sistem kontrol tersebut dilakukan melalui pengaturan indeks performansi. Salah satu metode yang sering digunakan dalam kontrol optimal adalah Regulator Kuadratik Linear.

Tujuan dari penelitian adalah mendesain suatu kontroler menggunakan metode Regulator Kuadratik Linear pada sistem pendulum terbalik serta menganalisis pengaruh perubahan parameter Q dan R terhadap keluaran sistem yaitu posisi kereta dan simpangan sudut pendulum.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Kontrol otomatis telah memegang peranan yang sangat penting dalam perkembangan ilmu dan teknologi. Sebagai contoh, kontrol otomatik sangat diperlukan dalam operasi-operasi di industri untuk mengontrol tekanan, temperatur, kelembaban, viskositas, dan aliran, pengerjaan dalam mesin-mesin perkakas, penanganan dan perakitan bagian-bagian mekanik dalam industri manufaktur dan sebagainya.

Ruang Keadaan (State Space)

Kecenderungan dalam pengendalian adalah menuju sistem yang semakin kompleks dan ketelitian yang makin tinggi. Sistem yang kompleks mungkin mempunyai multi masukan multi keluaran. Karena perlu penyesuaian antara persyaratan performansi sistem kontrol yang semakin berat dan semakin kompleknya sistem, maka teori kontrol modern yang merupakan pendekatan baru dalam analisis dan desain sistem yang kompleks telah dikembangkan. Pendekatan baru ini didasarkan pada konsep keadaan (*state*).

Variabel keadaan suatu sistem adalah himpunan dari variabel yang menentukan keadaan sistem dinamik. Secara praktis hendaklah dipilih variabel yang dapat diukur secara mudah. Jika diperlukan n variabel keadaan untuk menggambarkan secara lengkap perilaku suatu sistem yang diberikan, maka n variabel keadaan ini dapat dianggap sebagai n komponen suatu vektor x(t). Vektor semacam ini disebut vektor keadaan. Penggunaan notasi matriks akan sangat menyederhanakan penyajian matematik dari sistem persamaan.

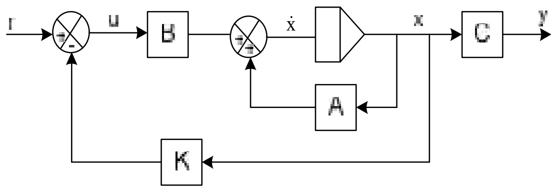
Regulator Kuadratik Linear

Sebuah sistem dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan keadaan sebagai berikut;

$\dot{x} = Ax + Bu$ (2.1)

Y = Cx + Du (2.2)

Jika keadaan awal adalah nol, kemudian diasumsikan bahwa semua keadaan dapat diukur maka dapat dicari variabel keadaan kendali umpan balik (*state variable fedback control*).



Gambar 1. Regulator Kuadratis Linear

Persamaan sistem menjadi:

u = - Kx (2.3)

$\dot{x}$ = (A-BK)x = $A_c\, x$ (2.4)

dimana A_c adalah matriks sistem lup tertutup dan K adalah gain umpan balik.

Untuk mendesain sebuah gain umpan balik yang optimal didefinisikan suatu indeks performansi ;

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \chi^T Q \chi + u^T R u \partial t \quad (2.5)$$

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \chi^T (Q + K^T R K)\chi \, \partial t \quad (2.6)$$

Matriks Q adalah semi definit sehingga x^TQx akan selalu berharga positif atau nol tiap saat. Sedang R adalah definit positif agar nilai u^TRu akan selalu positif.

Matriks Q dan R dapat dipilih dalam mendesain sistem kontrol. Tergantung bagaimana parameter ini dipilih, sistem lup tertutup akan menunjukkan respon yang berbeda. Secara umum jika pemilihan Q besar maka untuk menjaga agar sistem tetap optimal dengan meminimalisasi J, state x harus dipilih kecil. Demikian pula jika R yang dipilih berharga besar maka input kontrol u harus kecil. Ini berarti bahwa dengan memperbesar nilai Q, secara umum akan menyebabkan pole dari matriks sistem lup tertutup A_c = (A-BK) menjadi lebih jauh ke kiri dalam bidang s.

Jika plant adalah linear dan persamaan (2.5) adalah kuadratik, maka masalah penentuan matriks K dengan meminimasi J disebut Regulator Kuadratik Linear. Untuk menemukan K yang optimal dimisalkan terdapat matriks P sedemikian sehingga ;

$$\frac{\partial}{\partial t}(x^T P x) = -x^T (Q + K^T R K) x \quad (2.7)$$

dengan subsitusi ke dalam persamaan (2.6) indeks performansi:

$$J = -1/2 \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t}(\chi^T P \chi)\partial t = ½\, x^T(0)\, P x(0) \quad (2.8)$$

Diasumsikan bahwa sistem lup tertutup adalah stabil jika x menuju nol pada saat tak terhingga, maka:

A' P + PA + Q – PBR^{-1} B' P = 0 (2.9)

Persamaan 2.9 dikenal dengan persamaan *Riccati*. Sehingga jika diberikan matriks P maka dapat dicari gain umpan balik K.

K = $R^{-1}B^T$ P

Prosedur untuk menentukan nilai K pada LQR:

1. Pilih parameter matriks Q dan R
2. Pecahkan persamaan Riccati untuk P
3. Tentukan matrik K = $R^{-1}B^TP$

Prosedur desain LQR akan memberikan *feedback* yang menstabilkan sistem sehingga dengan pemilihan matriks Q dan R akan diperoleh perfomansi lup tertutup yang diinginkan.

Kontrol Optimal Berdasarkan Indeks Performansi Kuadratik

Dalam mendesain sistem kontrol, seringkali kita tertarik untuk memilih sinyal kontrol u sedemikian sehingga indeks performansi yang diberikan minimum. Pada indeks performansi J:

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \chi^T Q \chi + u^T R u \partial t$$

Dua suku yang terlibat dalam pengendalian;

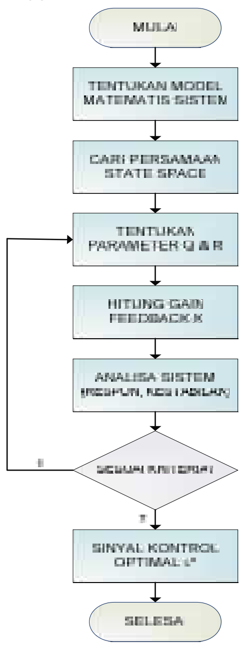
1. Bentuk kuadrat x^TQx yang menyatakan simpangan keadaan x dari kondisi mula, disebut matriks bobot keadaan.
2. Suku u^TRu yang menyatakan besarnya pengendalian, disebut matriks bobot pengendalian

Pada umumnya penyelesaian masalah optimalisasi dilakukan secara *trial and error* dengan kompromi kedua suku dalam persamaan di atas. Pole-pole dari kalang tertutup dapat ditempatkan di sembarang tempat di sebelah kiri sumbu khayal pada bidang kompleks, sehingga sistem akan stabil. Tapi dengan memilih penempatan pole yang terlalu jauh ke kiri akan membuat konvergensi ke nol dengan cepat. Untuk membuat sistem bergerak cepat dibutuhkan input yang besar. Permasalahan ini mempengaruhi formulasi optimalisasi yaitu harus mempertimbangkan antara kecepatan konvergensi dengan besar input yang diberikan.

Namun seringkali dipilih kriteria waktu transien yang cepat sehingga pendekatannya lebih mengarah pada optimalisasi waktu daripada optimalisasi energi. Dengan demikian dipilih matriks bobot pengendalian R lebih kecil dari pada matriks bobot keadaan Q. Perlu diingat bahwa syarat matriks bobot definit/semidefinit positif harus dipenuhi, sehingga dapat dicari solusi optimal sistem.

3. METODE PENELITIAN

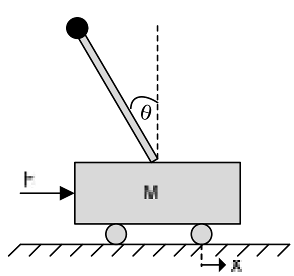
Diagram alir metodologi penelitian ditunjukkan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alir Metodologi Penelitian

Pemodelan Sistem

Perancangan kontrol optimal dimulai dengan model matematis dari sistem. Sistem pendulum terbalik terdiri dari kereta yang digerakkan oleh motor DC dan sebuah pendulum yang diletakkan terbalik yang berada diatasnya (gambar 3.). Kereta bergerak sepanjang lintasan harisontal sedangkan pendulum bergerak dalam range sudut tertentu terhadap garis vertikal. Sistem pendulum terbalik merupakan model sederhana dari peluncuran roker luar angkasa. Keluaran yang diamati adalah sudut pendulum (theta) dan posisi (x).



Keterangan :
M : massa kereta
m : massa pendulum
l : panjang pendulum
x : posisi kereta
¯ : sudut pendulum

Gambar 3.. Sistem Pendulum Terbalik

Model matematis sistem diberikan (engin.umch.edu):

$$\left[I + ml^2\right]\ddot{\theta} - mgl\,\theta = ml\,\ddot{x} \qquad (3.1)$$

$$\left[M + m\right]\ddot{x} + b\,\dot{x} - ml\,\ddot{\theta} = u \qquad (3.2)$$

Pembentukan State Space

Pada penelitian ini untuk lebih menyederhanakan, diasumsikan gesekan pada kereta (b) dan inersia (I) diabaikan, sehingga:

$$ml^2\ddot{\theta} - mgl\,\theta = ml\,\ddot{x} \qquad (3.3)$$

$$\left[M + m\right]\ddot{x} - ml\,\ddot{\theta} = u \qquad (3.4)$$

- Persamaan state pertama :
  Dari persamaan (3.3) diperoleh :

$$\ddot{\theta} = \frac{ml\ddot{x} + mgl\theta}{ml^2}$$

Substitusikan ke dalam persamaan (3.4)

$$(M+m)\ddot{x} - ml\left(\frac{ml\ddot{x} + mgl\theta}{ml^2}\right) = u$$

$$(M+m)\ddot{x} - (m\ddot{x} + mg\theta) = u$$

$$M\ddot{x} - mg\theta = u$$

$$\ddot{x} = \frac{mg}{M}\theta + \frac{1}{M}u \qquad (3.5)$$

- Persamaan state kedua :
  Dari persamaan (3.4) diperoleh:

$$\ddot{x} = \frac{ml\ddot{\theta} + u}{M+m}$$

Substitusikan ke dalam persamaan (3.3)

$$ml^2\ddot{\theta} - mgl\theta = ml\left(\frac{ml\ddot{\theta} + u}{M+m}\right)$$

$$ml\ddot{\theta} = (M+m)g\,\theta + u$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m)g}{ml}\theta + \frac{1}{ml}u \qquad (3.6)$$

Sehingga persamaan ruang keadaan (state space) adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g(M+m)}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

Output sistem adalah sudut pendulum (¯) dan posisi (x), sehingga persamaan output dalam bentuk state space menjadi:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Kontrol optimal menggunakan Regulator Kuadratis Linear bertujuan untuk mendapatkan sinyal kontrol optimal (u*) yang akan memindahkan state awal sistem menuju state akhir yang akan meminimumkan indeks performansi kuadrat.

Sistem Lup Terbuka

Jika diberikan nilai variabel massa kereta 1 kg, massa dan panjang pendulum masing-masing 200gr dan 30cm, serta gravitasi 9.8 m/s^2, maka persamaan state menjadi:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \ddot{x}\\ \dot{\theta}\\ \ddot{\theta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1.96 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 39.2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \dot{x}\\ \theta\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 3.33\end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \dot{x}\\ \theta\\ \dot{\theta}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}u$$

Dari persamaan keadaan di atas diperoleh :

$$A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1.96 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 39.2 & 0\end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\\ 3.33\end{bmatrix}$$

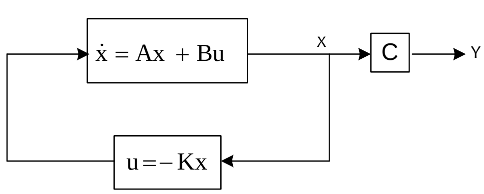
$$C = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix};\qquad D = \begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

Dari matriks sistem A, dapat dicari pole dari sistem:

$s_1 = 0$
$s_2 = 0$
$s_3 = 6.2610$
$s_4 = -6.2610$

Dapat dilihat bahwa terdapat pole bernilai positif, terletak di sebelah kanan dari sumbu imajiner sehingga mengakibatkan sistem menjadi tidak stabil.

Kemudian ditambahkan suatu gain umpan balik yang akan mengubah nilai sinyal kendali u sehingga sistem mencapai keadaan yang diinginkan. Untuk mendapatkan gain K, keluaran state harus diumpan balikkan seperti pada gambar 4.



Gambar 4. Struktur Gain Umpan Balik

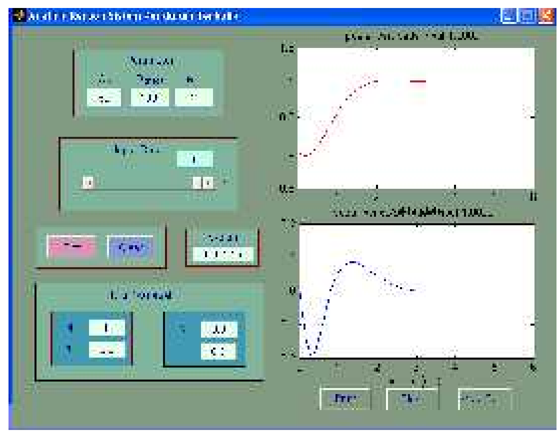
Persamaan keadaan yang baru menjadi:

$u = -Kx$
$\dot{x} = (A-BK)x \quad = A_c\, x$

Matriks sistem A berubah menjadi Ac yang akan mengubah karakteristik sistem menjadi lebih baik. Pemilihan nilai K akan mempengaruhi sinyak kendali u yang dihasilkan.

Analisis Respon Sistem Kontrol

Pengujian dilakukan dengan memberikan input referensi melalui slider yang bernilai antara -1 dan 1 (kereta bergerak maju atau mundur maksimal 1m). Nilai-nilai Q dan R diisikan dan kemudian dilakukan pengamatan terhadap respon posisi kereta dan simpangan sudut pendulum (gambar 5). Parameter Q terdiri dari Q_x dan Q_{theta}, masing-masing berhubungan dengan keluaran yang diamati yaitu posisi (x) dan sudut (theta).



Gambar 5. GUI Respon Posisi Kereta dan Sudut Pendulum

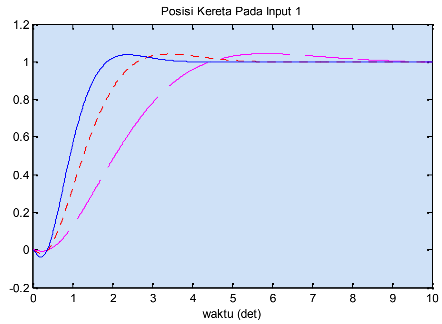
Keluaran pada akhirnya mencapai keadaan stabil dengan kereta akan mengikuti posisi masukan yang diberikan dan simpangan sudut akan mencapai nilai nol dari sumbu vertikal. Dapat diamati pengaruh perubahan parameter Q dan R terhadap tanggapan sistem dari grafik yang dibentuk. Kriteria performansi ditetapkan sebagai berikut:

- Waktu mapan (*settling time*) kereta dalam mencapai posisinya yang baru dan pendulum kembali tegak adalah kurang dari 5 detik
- Simpangan/lonjakan maksimum (*maximum overshoot*) pendulum kurang dari 15º (0.26 radian)
- Waktu bangkit (*rise time*) kurang dari 2 detik

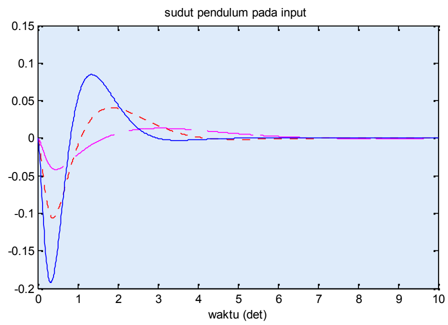
Pengaruh Q_x Terhadap Respon Sistem

Pengaruh Q_x terhadap posisi dan sudut pendulum ditunjukkan dalam gambar 4.3 dan 4.4. Nilai Q_{theta} dan R dibuat tetap, yaitu Q_{theta} = 100 dan R =1

Dari grafik dapat diamati bahwa jika Q_x diperbesar maka kereta akan memiliki *rise time* dan mencapai waktu mapan (*settling time*) lebih cepat. Namun hal sebaliknya terjadi pada pendulum yang mengalami lonjakan bertambah besar dengan kenaikan tesebut. Hal ini dapat dijelaskan bahwa jika dinginkan kereta semakin cepat mencapai posisinya yang baru, maka pendulum yang berada di atasnya akan mengalami osilasi (simpangan) yang besar.



Gambar 6. Respon Posisi Terhadap Input Pada $Q_x = 1$, $Q_x = 10$, dan $Q_x = 50$



Gambar 7. Respon Sudut Terhadap Input Pada $Q_x = 1$, $Q_x = 10$, dan $Q_x = 50$

Keterangan:

------- : Respon pada $Q_x = 1$
.... : Respon pada $Q_x = 10$
—— : Respon pada $Q_x = 50$

Letak pole sistem diperoleh dari eigen matriks A_c seperti pada tabel 6.

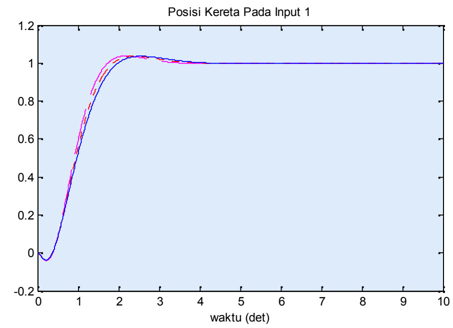
Tabel 1. Letak Pole Pada Beberapa Nilai Q_x

Nilai Q_x	Nilai Eigen A_c
$Q_x = 1$	-6.732 + 2.476i -6.732 - 2.476i -0.566 + 0.561i -0.566 - 0.561i
$Q_x = 10$	-6.729 + 2.478i -6.729 - 2.478i -1.018 + 0.986i -1.018 - 0.986i
$Q_x = 50$	-6.713 + 2.488i -6.713 - 2.488i -1.554 + 1.447i -1.554 - 1.447i

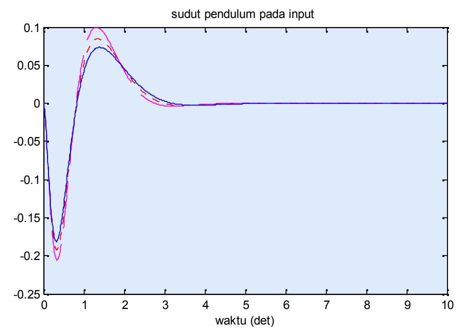
Bagian real dari pole dominan semakin bergeser ke sebelah kiri dengan bertambahnya Q_x, mengakibatkan respon semakin cepat dan waktu mapan semakin singkat. Sedangkan komponen imajiner dari pole yang makin besar menyebabkan pendulum akan cenderung semakin berosilasi dari sumbu vertikalnya yang ditandai dengan lonjakan pada grafik.

Pengaruh Q_{theta} Terhadap Respon Sistem

Respon terhadap perubahan nilai Q_{theta} ditunjukkan dalam gambar 8 dan 9.



Gambar 8. Respon Posisi Terhadap Input Pada Q_{theta}=10, Q_{theta}=100, Q_{theta}=200



Gambar 9. Respon Sudut Terhadap Input Pada Q_{theta}=10, Q_{theta}=100, Q_{theta}=200

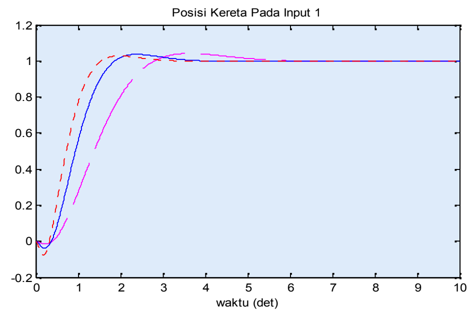
Tabel 2. Letak Pole Pada Beberapa Nilai Q_{Theta}

Nilai Q_{Theta}	Nilai Eigen A_c
Q_{Theta} = 10	-6.299 + 0.837i -6.299 - 0.837i -1.723 + 1.658i -1.723 - 1.658i
Q_{Theta} = 100	-6.713 + 2.488i -6.713 - 2.488i -1.554 + 1.447i -1.554 - 1.447i
Q_{Theta} = 200	-7.076 + 3.341i -7.076 - 3.341i -1.425 + 1.319i -1.425 - 1.319i

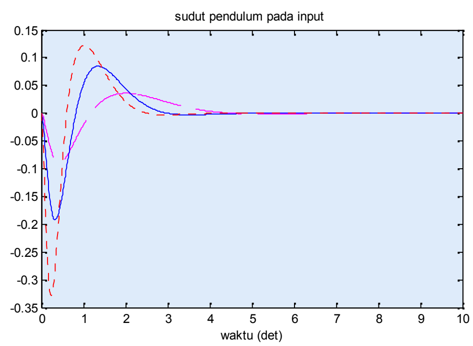
Jika Q_{theta} diperbesar maka respon posisi akan melambat. Hal ini dapat dilihat pada pole yang bergerak ke kanan bidang kompleks sehingga memperlambat tanggapan sistem. Respon pendulum akan berhasil mengurangi lonjakan yang terjadi. Sehingga kalau diinginkan simpangan sudut pendulum yang kecil maka kereta harus dipindahkan secara perlahan-lahan menuju posisinya yang baru sesuai input yang diberikan.

Pengaruh R Terhadap Respon Sistem

Jika parameter Q berhubungan dengan *state* dari sistem, maka R mempunyai kaitan dengan sinyal kendali *u*. Pengaruh nilai R terhadap tanggapan sistem jika Q_x = 50 dan Q_{theta} = 100 ditunjukkan pada gambar 10 dan 11.



Gambar 10 Respon Posisi Terhadap Input Pada R = 10, R = 1, dan R = 0.1



Gambar 11 Respon Sudut Terhadap Input Pada R = 10, R = 1, dan R = 0.1

Keterangan Gambar :

------- : Respon pada R = 10
—— : Respon pada R = 1
……… : Respon pada R = 0.1

Dari grafik dapat dilihat bahwa jika nilai R diperbesar, repon posisi akan semakin lambat mencapai waktu mapan. Agar indeks performansi tetap berharga minimum, maka jika nilai R diperbesar, sinyal kendali *u* harus diperkecil. Akibatnya tanggapan juga melambat. Hal sebaliknya juga terjadi jika nilai R diperkecil. Letak pole sistem terhadap perubahan nilai R ditunjukkan dalam tabel 3.

Untuk mendapatkan kriteria respon sesuai dengan yang diharapkan, maka dilakukan pengujian terhadap parameter Q dan R dan kemudian diamati keluarannya. Jika dikehendaki tanggapan yang mempunyai waktu mapan cepat untuk keluaran posisi, maka harus terdapat kompromi antara memperbesar bobot Q_x namun sekaligus menjaga agar pendulum tidak terjatuh karena dengan memperbesar Q_{theta} lonjakan sudut pendulum akan semakin besar yang menyebabkan pendulum semakin berosilasi.

Tabel 3. Letak Pole Pada Beberapa Nilai R

Nilai R	Nilai Eigen A_c
R = 10	-6.315 + 0.835i -6.315 - 0.835i -0.955 + 0.943i -0.955 - 0.943i
R = 1	-6.713 + 2.488i -6.713 - 2.488i -1.554 + 1.447i -1.554 - 1.447i
R = 0.1	-8.712 + 6.151i -8.712 - 6.151i -1.945 + 1.625i -1.945 - 1.625i

Jika kriteria yang diinginkan adalah waktu mapan kurang dari 5 detik, waktu bangkit kurang dari 2 detik, dan simpangan sudut kurang dari 15^o, maka nilai Q_x= 50, Q_{theta}=100, dan R=1 memberikan tanggapan seperti yang diharapkan. Indeks performansi menjadi:

$$J=\frac{1}{2}\int_0^\infty \left[(50x^2+100\theta^2)+u^2\right]\partial t$$

Gain umpan balik dan sinyal kendali optimal adalah:

K = [-7.071 -6.728 43.127 6.978]

Sinyal kendali optimal:

$u^* = -Kx$

$= -7.071\,x - 6.728\,\dot{x} + 43.127\,\theta + 6.978\,\dot{\theta}$

Letak pole sistem:

s_1 = -6.713 + 2.488i
s_2 = -6.713 - 2.488i
s_3 = -1.554 + 1.447i
s_4 = -1.554 - 1.447i

Pole-pole A_c berharga negatif (disebelah kiri bidang kompleks) sehingga sistem stabil.

5. PENUTUP

Kesimpulan

Pengujian dilakukan untuk melihat tanggapan sistem pendulum terbalik terhadap perubahan parameter Q dan R dalam desain regulator kuadratik linear. Beberapa kesimpulan dari hasil pengujian adalah sebagai berikut:

1. Penentuan gain umpan balik K berhubungan dengan pemilihan nilai Q dan R yang memberikan tanggapan yang baik.
2. Pada sistem pendulum terbalik, penentuan nilai Q_x dan Q_{theta} harus terdapat kompromi. Karena dengan memperbesar salah satu nilai Q akan menyebabkan keluaran yang lain menjadi lambat ataupun mengalami lonjakan/simpangan yang lebih besar.

3. Untuk kriteria performansi yang ditentukan yaitu waktu mapan kereta dalam mencapai posisinya yang baru dan waktu mapan pendulum untuk kembali ke posisinya semula (tegak vertikal) kurang dari 5 detik, simpangan sudut maksimum pendulum kurang dari 15^{o} (0.26 radian), dan waktu bangkit kurang dari 2 detik, nilai R=1, Q_x=50 dan Q_{theta} = 100 memberikan hasil yang cukup baik.

Saran

1. Penentuan nilai Q dan R dalam pengujian ini adalah bukan nilai terbaik, sangat dimungkinkan terdapat nilai lain yang akan memberikan tanggapan yang lebih baik terhadap posisi kereta dan sudut pendulum.
2. Pemilihan nilai parameter Q dan R dalam penelitian ini dilakukan secara *trial and error*. Dimungkinkan penggunaan algoritma optimasi untuk mendapatkan bobot Q dan R yang optimal dalam penelitian berikutnya.

6. DAFTAR PUSTAKA

1. Ogata, Katsuhiko, (1989), Teknik Kontrol Automatik Jilid 1, Erlangga, Jakarta
2. Ogata, Katsuhiko, (1989), Teknik Kontrol Automatik Jilid 2, Erlangga, Jakarta
3. Hespanha, Joao, (2005), Lecture Notes on LQG/LQR *Controller Design*
4. Wahyu, Thomas & Agung, Wahyu, (2003), Analisis dan Desain Sistem Kontrol dengan MATLAB, Andi, Yogyakarta
5. Hanselman & Littlefield, (1996), Mastering MATLAB, Prentice Hall Inc., New Jersey
6. Friedland, Bernard, (1987), Control System Design, McGraw-Hill Book Company, New York
7. Jacquot R., (1981), Modern Digital Control Systems, Marcel Dekker Inc., New York