

ANALISIS DAN SIMULASI GELOMBANG BERULANG KOMPLEKS DENGAN MENGGUNAKAN BAHASA PEMROGRAMAN MATLAB

Khairunnisa⁽¹⁾

⁽¹⁾ Staf Pengajar Jurusan Teknik Elektro Politeknik Negeri Banjarmasin

Ringkasan

Sinyal sinusoida dengan frekuensi yang berubah-ubah adalah salah satu sinyal yang paling banyak digunakan dalam uji coba peralatan elektronika. Respon suatu saluran pada gelombang jenis ini dapat ditentukan dengan mudah, baik secara matematis maupun secara pengukuran, dan hasilnya pun dapat diperluas sehingga mencakup juga bentuk-bentuk gelombang lain yang direpresentasikan oleh serangkaian gelombang sinusoida. Perlu adanya semacam bahasa pemrograman yang mudah dipahami untuk membantu kita menganalisis persamaan dan bentuk gelombang dengan perulangan. Salah satu perangkat lunak yang mendukung adalah Matlab.

Kata Kunci : Sinusoida, gelombang berulang kompleks, matlab

1. PENDAHULUAN

Analisis sinyal atau gelombang bisa dikatakan sudah merupakan makanan sehari-hari bagi orang-orang yang berkecimpung dalam bidang teknik elektro. Walaupun keahlian mereka masing-masing terkonsentrasi pada ruang lingkup yang berbeda-beda, seperti tenaga listrik, elektronika, telekomunikasi atau sistem kontrol, tetapi pengetahuan dasar yang wajib mereka miliki adalah sama, salah satu pengetahuan dasar tersebut adalah kemampuan untuk menganalisis gelombang.

Hampir semua bahasan teknik elektro pasti melibatkan gelombang. Seperti : Rangkaian Listrik, Pemrosesan Sinyal Digital, Teori Kontrol, Aljabar Linier, Sinyal dan Sistem, Sistem Linier, Matematika Terapan, Matematika Teknik Tingkat Lanjut dan banyak lagi.

Jika kita berbicara masalah gelombang tentunya tidak akan lepas dari bahasan frekuensi kompleks yang merupakan bagian dari respon yang dihasilkan suatu rangkaian listrik dan memberikan ragam bentuk sinyal atau gelombang fungsi pemaksa, misal : arus searah, eksponensial, gelombang pulsa, segiempat, gigi gergaji atau sinusoida.

Di antara semua bentuk gelombang, gelombang eksponensial dan sinusoida merupakan bentuk gelombang yang paling mudah dibangkitkan dan juga paling mudah dianalisis. Alasannya adalah karena respon suatu saluran pada gelombang jenis ini dapat ditentukan dengan mudah, baik secara matematis maupun secara pengukuran, dan hasilnya pun dapat diperluas sehingga mencakup juga bentuk-bentuk gelombang lain yang direpresentasikan oleh serangkaian gelombang sinusoida.

Setiap fungsi gelombang yang periodik (berulang pada setiap interval waktu tertentu) dapat dinyatakan sebagai jumlah fungsi sinus dan kosinus yang tak berhingga banyaknya yang dihubungkan secara harmonis. Dari bentuk gelombang yang dihasilkan, kita dapat menentukan apa dan bagaimana sifat dari rangkaian yang kita buat, dan apa guna rangkaian, sehingga memudahkan kita untuk menganalisis sistem yang terdiri dari rangkaian tersebut.

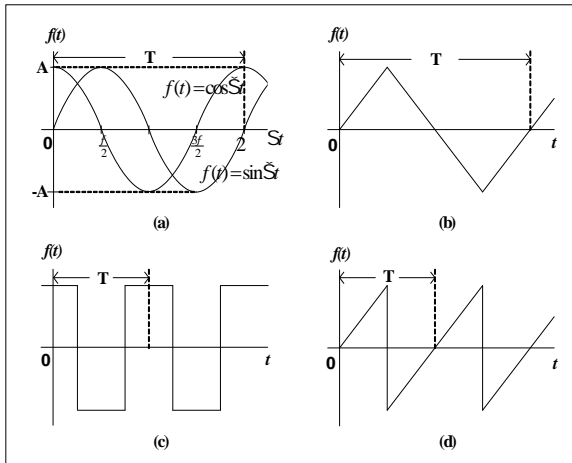
Fungsi gelombang yang dihasilkan dapat kita gambarkan secara manual dengan mengikuti prosedur penggambaran sketsa grafik yang sudah kita dapatkan dalam pelajaran matematika umum. Tetapi untuk gelombang yang merupakan bentuk penggambaran frekuensi kompleks, yang juga merupakan bahasan yang tidak dapat dihindari dalam bidang teknik elektro, apalagi jika kita berbicara tentang "tak berhingga", tentu kita akan mengalami kesulitan dalam penggambarannya. Walaupun dengan keuletan yang tinggi, tetap saja akan memakan waktu yang lama. Untuk itu perlu adanya semacam bahasa pemrograman yang mudah dipahami untuk membantu kita dalam menggambar bentuk gelombang yang kita inginkan, salah satunya perangkat lunak yang mendukung adalah Matlab.

2. GELOMBANG BERULANG KOMPLEKS

Setiap bentuk gelombang yang lain daripada gelombang sinus atau kosinus, yang berulang kembali pada setiap selang waktu yang teratur (*regular interval*) dinamakan sebagai gelombang berulang kompleks (*complex repetitive wave*).

Sinusoida merupakan salah satu fungsi matematika berulang yang paling sederhana. Si-

nyal sinusoida dengan frekuensi yang berubah-ubah adalah salah satu sinyal yang paling banyak digunakan dalam uji coba peralatan elektronika. Fungsi-fungsi berulang lainnya seperti gelombang segiempat, gelombang segitiga dan gelombang gigi gergaji, yang merupakan bentuk-bentuk gelombang penting dalam teknik elektro, tidak sesederhana fungsi sinusoida. Spektrum untuk setiap gelombang berulang kompleks dapat diperoleh dengan suatu metode matematis yang dikenal sebagai metode Fourier.



Gambar 1. Fungsi berulang (a) sinusoida (b) segitiga (c) segiempat (d) gigi gergaji

3. METODE FOURIER

Fungsi Berulang

Jika suatu fungsi $f(t)$ mempunyai bentuk gelombang (yaitu lengkungan $f(t)$ yang dilukis terhadap sumbu waktu t) sedemikian hingga :

$$f(t) = f(t + T) \tag{1}$$

maka fungsi itu dikatakan berulang dengan periode T . (Frekuensi $f = \frac{1}{T}$ Hz)

Ahli matematika Perancis **Jean Baptise Joseph Fourier** membuktikan bahwa setiap fungsi berulang sembarang dapat diwakili oleh suatu deret sinusoida tak hingga (Mismail, 1997 : 181), yaitu :

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + a_1 \cos \tilde{S}_0 t + a_2 \cos 2\tilde{S}_0 t + \dots + b_1 \sin \tilde{S}_0 t + b_2 \sin 2\tilde{S}_0 t + \dots$$

Secara ringkas ditulis sebagai :

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\tilde{S}_0 t + b_n \sin n\tilde{S}_0 t) \tag{2}$$

dimana :

- $\omega_0 = 2\pi f$ = (frekuensi sudut dasar)
- a_n & b_n = koefisien Fourier yang besarnya tergantung pada $f(t)$
- a_0 = ordinat rata-rata atau komponen searah $f(t)$
- $(a_1 \cos \omega_0 t + b_1 \sin \omega_0 t)$ = komponen dasar yang mempunyai frekuensi dan periode sama seperti gelombang aslinya.

Persamaan (2) disebut sebagai **deret Fourier trigonometri** dari $f(t)$.

Nilai koefisien a dan b dapat ditentukan dengan mengintegrasikan kedua ruas persamaan (2) sepanjang periodanya, yaitu :

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T \frac{1}{2} a_0 dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^T (a_n \cos n\tilde{S}_0 t + b_n \sin n\tilde{S}_0 t) dt \right] \tag{3}$$

Kita selesaikan persamaan setiap suku dalam sigma (Σ) pada persamaan (3), yakni :

$$\begin{aligned} \int_0^T (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) dt &= \int_0^T a_n \cos n\omega_0 t dt + \int_0^T b_n \sin n\omega_0 t dt \\ &= \frac{a_n}{n\omega_0} [\sin n\omega_0 t]_0^T - \frac{b_n}{n\omega_0} [\cos n\omega_0 t]_0^T \\ &= \frac{a_n}{n\omega_0} [\sin n\omega_0 T - \sin n\omega_0 \cdot 0] \\ &\quad - \frac{b_n}{n\omega_0} [\cos n\omega_0 T - \cos n\omega_0 \cdot 0] \end{aligned}$$

Karena, $T = 2\pi/\omega_0$, maka

$$\begin{aligned} \int_0^T (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) dt &= \frac{a_n}{n\tilde{S}_0} [\sin 2\pi n f - \sin 0] \\ &\quad - \frac{b_n}{n\tilde{S}_0} [\cos 2\pi n f - \cos 0] \\ &= \frac{a_n}{n\omega_0} [0 - 0] - \frac{b_n}{n\omega_0} [1 - 1] \\ &= 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

setiap suku dalam sigma (Σ) adalah 0 (nol), maka :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_0^T (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) dt \right] = 0$$

sehingga persamaan (3) diubah menjadi :

$$\int_0^T f(t) dt = \int_0^T \frac{1}{2} a_0 dt \tag{4}$$

Persamaan (4) diselesaikan, sedemikian hingga didapat persamaan untuk a_0 :

$$2 \int_0^T f(t) dt = \int_0^T a_0 dt = [a_0 t]_0^T = a_0 [T - 0] = a_0 T$$

Sehingga :

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt \tag{5}$$

Jika kedua ruas persamaan (3) dikalikan dengan $\cos m\tilde{S}_0 t$ dan m adalah bilangan bulat, maka :

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \cos m\tilde{S}_0 t dt &= \cos m\tilde{S}_0 t \left[\int_0^T \frac{1}{2} a_0 dt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n\tilde{S}_0 t dt \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin n\tilde{S}_0 t dt \right] \end{aligned} \tag{6}$$

Jika diselesaikan analisa matematikanya untuk setiap integral :

$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{1}{2} a_0 \cos m\omega_0 t dt &= \frac{a_0}{2m\omega_0} [\sin m\omega_0 t]_0^T \\ &= \frac{a_0}{2m\omega_0} [\sin m 2\pi - \sin 0] \\ &= \frac{a_0}{2m\omega_0} [0 - 0] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

Untuk persamaan dalam sigma. Dengan mengingat rumus fungsi trigonometri :

$$\begin{aligned} \cos A \cos B &= \frac{1}{2}[\cos (A+B)+\cos (A-B)] \\ \cos A \sin B &= \frac{1}{2}[\sin (A+B)-\sin (A-B)] \\ \sin A \cos B &= \frac{1}{2}[\sin (A+B)+\sin (A-B)] \\ \sin A \sin B &= -\frac{1}{2}[\cos (A+B)-\cos (A-B)] \end{aligned}$$

Ada dua kemungkinan nilai m dan n , yaitu : $m \neq n$ dan $m = n$

Untuk $m \neq n$

$$\begin{aligned} \int_0^T \cos m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt &= \frac{1}{2} \int_0^T \cos (m+n) \omega_0 t + \cos (m-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(m+n) \omega_0} \sin (m+n) \omega_0 t + \frac{1}{(m-n) \omega_0} \sin (m-n) \omega_0 t \right]_0^T \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin (m+n) 2 \pi - \sin 0}{(m+n) \omega_0} + \frac{\sin (m-n) 2 \pi - \sin 0}{(m-n) \omega_0} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{0-0}{(m+n) \omega_0} + \frac{0-0}{(m-n) \omega_0} \right] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^T \cos m \omega_0 t \sin n \omega_0 t dt &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (m+n) \omega_0 t - \sin (m-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{(m+n) \omega_0} \cos (m+n) \omega_0 t + \frac{1}{(m-n) \omega_0} \cos (m-n) \omega_0 t \right]_0^T \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\cos (m+n) 2 \pi - \cos 0}{(m+n) \omega_0} + \frac{\cos (m-n) 2 \pi - \cos 0}{(m-n) \omega_0} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1-1}{(m+n) \omega_0} + \frac{1-1}{(m-n) \omega_0} \right] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

Untuk $m = n$

$$\begin{aligned} \int_0^T \cos m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt &= \int_0^T \cos n \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt \\ \int_0^T \cos^2 n \omega_0 t dt &= \int_0^T \cos n \omega_0 t d(\sin n \omega_0 t) \\ &= \left[\cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t - \int \sin n \omega_0 t d(\cos n \omega_0 t) \right] \\ &= \left[\cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t + \int \sin^2 n \omega_0 t dt \right] \\ &= \left[\cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t + \int (1 - \cos^2 n \omega_0 t) dt \right] \\ &= \left[\cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t + \int dt - \int \cos^2 n \omega_0 t dt \right] \\ 2 \int_0^T \cos^2 n \omega_0 t dt &= \left[\cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t + t \right]_0^T \\ &= \left[(\cos n 2 \pi \sin 2 \pi + T) - (\cos 0 \sin 0 + 0) \right] \\ &= T \end{aligned}$$

$$\int_0^T \cos^2 n \omega_0 t dt = \frac{T}{2}$$

Atau,

$$\begin{aligned} \int_0^T \cos m \omega_0 t \sin n \omega_0 t dt &= \int_0^T \cos n \omega_0 t \sin n \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (n+n) \omega_0 t - \sin (n-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (n+n) \omega_0 t dt = \frac{1}{2} \int_0^T \sin 2 n \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{2 n \omega_0} \cos 2 n \omega_0 t \right]_0^T = \frac{-1}{4 n \omega_0} [\cos 4 \pi n - \cos 0] \\ &= \frac{-1}{4 n \omega_0} [1-1] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

Setiap suku di ruas kanan pada persamaan (6) di atas adalah sama dengan nol. Kecuali untuk $m = n$, untuk persamaan $\int_0^T \cos m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt$:

$$\begin{aligned} a_n \int_0^T \cos m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt &= a_n \int_0^T \cos^2 n \omega_0 t dt \\ &= a_n \frac{T}{2} \end{aligned}$$

Sehingga persamaan (6), untuk $m = n$, dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \cos m \omega_0 t dt &= a_n \int_0^T \cos m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt \\ \int_0^T f(t) \cos n \omega_0 t dt &= a_n \int_0^T \cos n \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt = a_n \int_0^T \cos^2 n \omega_0 t dt \\ \int_0^T f(t) \cos n \omega_0 t dt &= a_n \frac{T}{2} \end{aligned}$$

Maka :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \omega_0 t dt \quad (7)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ (bilangan bulat)

Jika kedua ruas persamaan (3) dikalikan dengan $\sin m \omega_0 t$ dan m adalah bilangan bulat, dengan cara yang sama :

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \sin m \omega_0 t dt &= \int_0^T f(t) \sin m \omega_0 t dt \\ &= \sin m \omega_0 t \left[\int_0^T \frac{1}{2} a_0 dt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n \omega_0 t dt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin n \omega_0 t dt \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Jika diselesaikan analisa matematikanya untuk setiap integral :

$$\begin{aligned} \int_0^T \frac{1}{2} a_0 \sin m \omega_0 t dt &= \frac{-a_0}{2 m \omega_0} [\cos m \omega_0 t]_0^T \\ &= \frac{-a_0}{2 m \omega_0} [\cos m 2 \pi - \cos 0] \\ &= \frac{-a_0}{2 m \omega_0} [1-1] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

Untuk $m \neq n$

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (m+n) \omega_0 t + \sin (m-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{(m+n) \omega_0} \cos (m+n) \omega_0 t - \frac{1}{(m-n) \omega_0} \cos (m-n) \omega_0 t \right]_0^T \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\cos (m+n) 2 \pi - \cos 0}{(m+n) \omega_0} - \frac{\cos (m-n) 2 \pi - \cos 0}{(m-n) \omega_0} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1-1}{(m+n) \omega_0} - \frac{1-1}{(m-n) \omega_0} \right] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin m \omega_0 t \sin n \omega_0 t dt &= -\frac{1}{2} \int_0^T \cos (m+n) \omega_0 t - \cos (m-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(m+n) \omega_0} \sin (m+n) \omega_0 t - \frac{1}{(m-n) \omega_0} \sin (m-n) \omega_0 t \right]_0^T \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin (m+n) 2 \pi - \sin 0}{(m+n) \omega_0} - \frac{\sin (m-n) 2 \pi - \sin 0}{(m-n) \omega_0} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{0-0}{(m+n) \omega_0} - \frac{0-0}{(m-n) \omega_0} \right] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

Untuk $m = n$

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin m \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt &= \int_0^T \sin n \omega_0 t \cos n \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (n+n) \omega_0 t + \sin (n-n) \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^T \sin (n+n) \omega_0 t dt = \frac{1}{2} \int_0^T \sin 2 n \omega_0 t dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{2 n \omega_0} \cos 2 n \omega_0 t \right]_0^T = \frac{-1}{4 n \omega_0} [\cos 4 \pi n - \cos 0] \\ &= \frac{-1}{4 n \omega_0} [1-1] = 0 \text{ (nol)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin n\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt &= \int_0^T \sin n\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt \\ \int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt &= -\int_0^T \sin n\omega_0 t \, d(\cos n\omega_0 t) \\ &= -\left[\sin n\omega_0 t \cos n\omega_0 t - \int \cos n\omega_0 t \, d(\sin n\omega_0 t) \right] \\ &= -\left[\sin n\omega_0 t \cos n\omega_0 t - \int \cos^2 n\omega_0 t \, dt \right] \\ &= \left[-\sin n\omega_0 t \cos n\omega_0 t + \int (1 - \sin^2 n\omega_0 t) \, dt \right] \\ &= \left[-\sin n\omega_0 t \cos n\omega_0 t + \int dt - \int \sin^2 n\omega_0 t \, dt \right] \\ 2 \int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt &= \left[-\sin n\omega_0 t \cos n\omega_0 t + t \right]_0^T \\ &= \left[(-\sin 2\pi \cos 2\pi + T) - (-\sin 0 \cos 0 + 0) \right] \\ &= T \end{aligned}$$

Atau,

$$\int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt = T/2$$

Setiap suku di ruas kanan pada persamaan (8) di atas adalah sama dengan nol. Kecuali untuk $m = n$, untuk persamaan $\int_0^T \sin m\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt$:

$$\begin{aligned} b_n \int_0^T \sin m\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt &= b_n \int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt \\ &= b_n \frac{T}{2} \end{aligned}$$

Sehingga persamaan (8), untuk $m = n$, dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \sin m\omega_0 t \, dt &= b_n \int_0^T \sin m\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt \\ \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t \, dt &= b_n \int_0^T \sin n\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt = b_n \int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt \\ \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t \, dt &= b_n \frac{T}{2} \end{aligned}$$

Maka :

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \tag{9}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ (bilangan bulat)

Koefisien Fourier dapat kita tulis kembali :

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \, dt \tag{10}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\tilde{S}_0 t \, dt \tag{11}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\tilde{S}_0 t \, dt \tag{12}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$ (bilangan bulat)

Adalah koefisien untuk deret Fourier trigonometri :

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\tilde{S}_0 t + b_n \sin n\tilde{S}_0 t) \tag{13}$$

Tampak persamaan (10) merupakan kasus khusus untuk persamaan (11), dimana $n = 0$. Karena alasan itu juga, maka suku konstantanya menggunakan $\frac{1}{2} a_0$ bukan a_0 . Dengan cara yang sama, dapat juga dibuktikan bahwa integrasi sepanjang setiap selang T memberikan hasil yang sama (misal : dari t_0 sampai dengan $t_0 + T$) yaitu :

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \, dt \tag{14}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\tilde{S}_0 t \, dt \tag{15}$$

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\tilde{S}_0 t \, dt \tag{16} \\ n &= 1, 2, 3, \dots \text{(bilangan bulat)} \end{aligned}$$

Bentuk Kompleks

Berdasarkan Rumus Euler, dimana dirumuskan : $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ maka :

$$\begin{aligned} \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} + e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} &= \frac{(\cos n\tilde{S}_0 t + j \sin n\tilde{S}_0 t) + (\cos n\tilde{S}_0 t - j \sin n\tilde{S}_0 t)}{2} \\ &= \frac{2 \cos n\tilde{S}_0 t}{2} = \cos n\tilde{S}_0 t \\ \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} - e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{j2} &= \frac{(\cos n\tilde{S}_0 t + j \sin n\tilde{S}_0 t) - (\cos n\tilde{S}_0 t - j \sin n\tilde{S}_0 t)}{j2} \\ &= \frac{2j \sin n\tilde{S}_0 t}{j2} = \sin n\tilde{S}_0 t \end{aligned}$$

Sehingga :

$$\cos n\tilde{S}_0 t = \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} + e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} \tag{17}$$

$$\sin n\tilde{S}_0 t = \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} - e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{j2} \tag{18}$$

Persamaan (13) dapat ditulis kembali sebagai :

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\tilde{S}_0 t + b_n \sin n\tilde{S}_0 t) \\ &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} + e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} + b_n \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} - e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{j2} \right) \\ &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} + e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} - j b_n \frac{e^{jn\tilde{S}_0 t} - e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} \right) \\ &\quad ? \text{ ingat : } \frac{1}{j} = -j \\ &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n e^{jn\tilde{S}_0 t} + a_n e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} + \frac{-j b_n e^{jn\tilde{S}_0 t} + j b_n e^{-jn\tilde{S}_0 t}}{2} \right) \end{aligned}$$

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{jn\tilde{S}_0 t} \left(\frac{a_n - j b_n}{2} \right) + e^{-jn\tilde{S}_0 t} \left(\frac{a_n + j b_n}{2} \right) \right) \tag{19}$$

Misalkan : $c_n = \frac{a_n - j b_n}{2}$ dan $c_n^* = \frac{a_n + j b_n}{2}$

Maka :

$$\begin{aligned}
 c_n &= \frac{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\tilde{S}_0 t dt - j \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\tilde{S}_0 t dt}{2} \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\tilde{S}_0 t dt - j \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\tilde{S}_0 t dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) (\cos n\tilde{S}_0 t - j \sin n\tilde{S}_0 t) dt \\
 c_n^* &= \frac{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\tilde{S}_0 t dt + j \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\tilde{S}_0 t dt}{2} \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\tilde{S}_0 t dt + j \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\tilde{S}_0 t dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) (\cos n\tilde{S}_0 t + j \sin n\tilde{S}_0 t) dt
 \end{aligned}$$

Sehingga :

$$\begin{aligned}
 c_n &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) (\cos n\tilde{S}_0 t - j \sin n\tilde{S}_0 t) dt \\
 \boxed{c_n} &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jn\tilde{S}_0 t} dt
 \end{aligned} \tag{20}$$

Dan

$$\begin{aligned}
 c_n^* &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) (\cos n\tilde{S}_0 t + j \sin n\tilde{S}_0 t) dt \\
 c_n^* &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{jn\tilde{S}_0 t} dt
 \end{aligned} \tag{21}$$

Perhatikan bahwa : $c_n^* = c_{-n}$ (mengganti n pada c_n menjadi $-n$)

$$\boxed{c_{-n}} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{jn\tilde{S}_0 t} dt \tag{22}$$

Jika $n = 0$, maka :

$$\begin{aligned}
 c_0 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{j(0)\tilde{S}_0 t} dt \\
 c_0 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^0 dt \\
 c_0 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt
 \end{aligned}$$

Bandingkan dengan persamaan (14), tampak bahwa :

$$\boxed{c_0 = \frac{1}{2} a_0} \tag{23}$$

Persamaan (19) dapat ditulis kembali sebagai :

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\sim} \left(e^{jn\tilde{S}_0 t} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} \right) + e^{-jn\tilde{S}_0 t} \left(\frac{a_n + jb_n}{2} \right) \right) \\
 &= c_0 + \sum_{n=1}^{\sim} \left(e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n + e^{-jn\tilde{S}_0 t} c_{-n} \right) \\
 &= c_0 + \sum_{n=1}^{\sim} e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n + \sum_{n=1}^{\sim} e^{-jn\tilde{S}_0 t} c_{-n}
 \end{aligned}$$

Untuk deret sigma ke-2, nilai minus (-) penjumlahan menurut bilangan bulat dari 1 ke \sim lebih praktis jika diadakan penjumlahan dari -1 ke \sim , dan c_0 tidak ditulis lagi karena sudah termasuk pada suku $e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n$ dalam batas sigma $0 \leq n \leq \sim$ untuk $n = 0$, sehingga :

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\sim} e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n + \sum_{n=-1}^{\sim} e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n$$

Atau secara ringkas :

$$\boxed{f(t) = \sum_{n=-\sim}^{\sim} e^{jn\tilde{S}_0 t} c_n} \tag{24}$$

Dengan c_n berdasarkan persamaan (20) adalah

$$\boxed{c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jn\tilde{S}_0 t} dt} \tag{25}$$

Persamaan (24) dikenal sebagai bentuk kompleks dari gelombang berulang.

4. MATLAB

Matlab memiliki beberapa jendela pada monitor. Dari semua jendela itu jendela Command merupakan tempat interaksi utama Matlab. Jendela tersebut ditunjukkan dalam gambar 2.

Tulisan `>>` adalah prompt Matlab. Pada saat jendela Command aktif, kursor (umumnya berkedip) seharusnya tampak di sebelah kanan prompt. Prompt dan kursor menunjukkan bahwa Matlab sedang menunggu perintah untuk menjawab suatu persoalan persamaan matematika.

Operasi Matematika Sederhana

Seperti sebuah kalkulator, Matlab dapat mengerjakan matematika sederhana. Cukup dengan menuliskan persamaan yang ingin dipecahkan, dan dengan menekan tombol Enter (\downarrow) di keyboard, Matlab akan segera menampilkan hasil perhitungannya. Contoh :

```

>> 10 + 3 + 7
ans =
    20
>> 10 + 5 ;
>>
    
```

Matlab menyebut jawaban sebagai **ans** (singkatan dari *answer*). Semicolon (titik koma) yang diletakkan pada akhir baris, membuat Matlab mengerjakan perintah tersebut tetapi tidak menampilkan hasilnya.



Gambar 2. PC Command Window

Tabel 1. Operasi Aritmatik Dasar Matlab yang akan digunakan

Operasi	Simbol	Contoh Persamaan Matematika	Perintah Matlab
Penambahan	+	5 + 3	5 + 3
Pengurangan	-	22 - 10	22 - 10
Perkalian	*	3,5 x 2	3,5 * 2
Pembagian	/ atau \	56 : 8	56/8 = 8\56
Pemangkatan	^	5 ²	5 ^ 2
Sinus	sin	sin π	sin (pi)
Cosinus	cos	cos π	cos (pi)
Tangen	tan	tan π	tan (pi)

(Hanselmen, Littlefield, 2001 : 5)

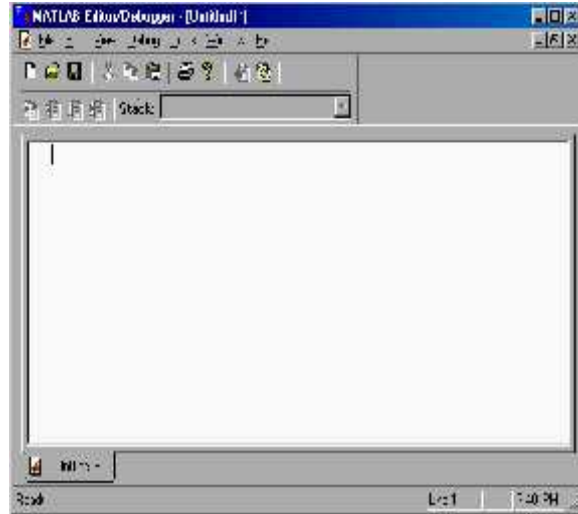
Script M-File

Beberapa perintah bisa langsung diketikkan di jendela command, tapi jika kita ingin mengulang perintah, kita harus mengetikkan ulang perintah tersebut. Hal ini mudah jika masalah yang dihadapi sederhana. Akan tetapi jika jumlah perintahnya sangat banyak, maka mengetikkan kembali perintah-perintah tersebut tentu akan sangat melelahkan dan membosankan. Untuk itu, Matlab menyediakan suatu format teks file yang disebut **script M-file**. Ciri format teks script M-file adalah nama file diakhiri dengan ekstensi “.m”. Contoh nama file script M-file : sinusoida.m, sinyal_kompleks.m.

Pada Matlab versi 5 ke bawah, jendela M-file dibuka dari menu **File → New → M-file**. Suatu jendela teks editor akan ditampilkan dan kita bisa langsung mengetikkan program yang kita inginkan. File disimpan di folder Matlab\work\ ...

Untuk menjalankan program cukup dengan mengetikkan nama file di jendela command kemudian tekan enter (↵).

Pada Matlab versi 6, jendela M-file bisa langsung di temukan di tool bar : **Start → Program → Matlab → M-file**. File bisa disimpan di mana saja. Untuk menjalankan program cukup dengan mengisi stack jendela command sesuai dengan lokasi dimana file di simpan, kemudian dengan cara yang sama ketikkan nama file di jendela command



Gambar 3. Jendela Script M-File

Variabel

Seperti bahasa komputer lainnya, Matlab mempunyai aturan penamaan variabel. Aturan penamaan variabel Matlab selengkapnya adalah sebagai berikut :

- Nama variabel harus terdiri dari satu kata tanpa spasi.
Contoh yang benar : gelombang_berulang, fungsi_sinusoida
Contoh yang salah : gelombang berulang, fungsi sinusoida
- Nama variabel dibedakan antara huruf kecil dan huruf capital.
Contoh : sinyal, Sinyal, siNYal dan SINYAL, semuanya adalah variabel yang berbeda.
- Panjang maksimal nama variabel adalah 31 karakter, dan karakter setelah karakter ke-31 diabaikan.
- Nama variabel harus diawali dengan huruf.
Contoh yang benar : S1, R3, resistor3.
Contoh yang salah : 2resistor, 3rangkai
- Variabel dengan karakter tanda baca tidak diperbolehkan karena banyak di antaranya yang mempunyai arti tersendiri dalam Matlab. Seperti : titik (.) , koma (,) , titik koma (:), tanda petik (' dan ") , tanda seru (!) dsb.

Matlab memiliki beberapa variabel khusus, salah satunya yang akan sering digunakan dalam tulisan ini adalah : **pi** , yang pada matematika dikenal sebagai π dan bernilai 22/7 atau sekitar 3,14.

Perintah-perintah Matlab Khusus

a. linspace

Perintah linspace adalah salah satu perintah Matlab untuk operasi array, yaitu operasi yang dilakukan pada beberapa bilangan dalam waktu yang sama. Format penulisan perintah linspace didefinisikan sebagai
`linspace(nilai_pertama, nilai_terakhir, jumlah_element)`

b. plot

Perintah plot digunakan untuk menggambarkan grafik dua dimensi. Format penulisan perintah plot didefinisikan sebagai :
`plot(x , y)`
 Artinya, Matlab akan menggambarkan fungsi $y = f(x)$ terhadap variabel-variabel x . Sumbu vertikal adalah titik-titik y dan sumbu horizontal adalah titik-titik x .

Adalah perintah untuk menggambarkan grafik dua fungsi ($y = f(x)$ dan $z = f(x)$) dalam satu grafik terhadap variabel yang sama (x).

c. axis

Perintah axis berfungsi untuk pengontrolan lengkap terhadap penskalaan dan tampilan sumbu vertikal dan horizontal pada grafik. Format perintah yang biasanya digunakan adalah:
`axis ([x_min x_max y_min y_max])`

d. xlabel dan ylabel

Berfungsi untuk memberi label (keterangan) pada sumbu vertikal dan horizontal. Format penulisan adalah :
`xlabel (' label sumbu x ')`
`ylabel (' label sumbu y ')`

e. syms

Adalah perintah untuk menciptakan variabel simbolik sehingga variabel-variabel tidak perlu didefinisikan terlebih dahulu. Jumlah variabel tidak dibatasi. Format penulisan adalah :
`syms variabel1 variabel2 variabel3`

f. symsum

Fungsi symsum digunakan untuk menemukan jumlah simbolik suatu ekspresi. Bentuk format penulisan fungsi symsum :
 - `symsum (f , a , b)` menghasilkan

$$\sum_a^b f(x)$$

g. ezplot

Fungsi ezplot untuk menggambarkan grafik fungsi simbolik dalam domain $-2\pi \leq t \leq 2\pi$

dan menskala sumbu y dengan skala yang sesuai. Format penulisannya :

`ezplot (y)` Menggambar grafik fungsi y
`ezplot (y , [a b])` Menggambar grafik fungsi y untuk $a \leq t \leq b$

h. stem

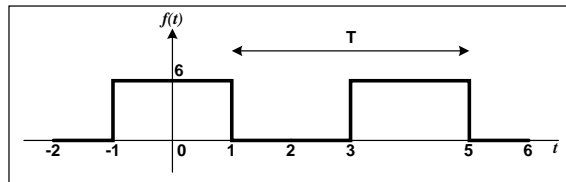
Berfungsi untuk membuat suatu grafik dari titik-titik data dalam suatu fungsi, dihubungkan dengan sumbu mendatar oleh suatu garis. Dalam penggambaran sinyal atau gelombang, fungsi stem bermanfaat untuk menggambarkan spektrum dari gelombang. Format penulisannya :
`stem (x , y)`

5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk lebih jelasnya memahami pembuatan program tampilan simulasi gelombang berulang kompleks, akan lebih baik jika terlebih dahulu membuat semacam persoalan sehingga aplikasi program bisa lebih mudah dipahami. Bentuk-bentuk gelombang yang dibahas adalah bentuk gelombang yang sering kita temukan dalam rangkaian listrik.

Analisa Gelombang Berulang untuk Pulsa Segi Empat

Misalkan suatu rangkaian menghasilkan bentuk pulsa seperti yang ditunjukkan dalam gambar 4 berikut :



Gambar 4. Gelombang Pulsa Segiempat

Dari gambar bisa kita lihat bahwa :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -2 < t < -1 \\ 6 & -1 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 2 \end{cases} \quad \text{dan} \quad f(t+4) = f(t)$$

$$T = 4, \text{ maka } \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

Berdasarkan persamaan (14), (15) dan (16), maka :

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$= \frac{2}{4} \int_{-1}^1 6 dt = \frac{2 \times 6}{4} [t]_{-1}^1 = 3[1 - (-1)] = 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt \\
 &= \frac{2}{4} \int_{-1}^1 6 \cos n\omega_0 t \, dt = 3 \int_{-1}^1 \cos \frac{n\pi}{2} t \, dt = \frac{3 \times 2}{n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} t \right]_{-1}^1 \\
 &= \frac{6}{n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} - \sin \frac{-n\pi}{2} \right] = \frac{6}{n\pi} \left[\sin \frac{n\pi}{2} - (-\sin \frac{n\pi}{2}) \right] = \frac{6}{n\pi} \left[2 \sin \frac{n\pi}{2} \right] \\
 &= \frac{12}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \\
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \\
 &= \frac{2}{4} \int_{-1}^1 6 \sin n\omega_0 t \, dt = 3 \int_{-1}^1 \sin \frac{n\pi}{2} t \, dt = \frac{3 \times 2}{n\pi} \left[-\cos \frac{n\pi}{2} t \right]_{-1}^1 \\
 &= \frac{6}{n\pi} \left[-\cos \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{-n\pi}{2} \right] = \frac{6}{n\pi} [-0+0]=0
 \end{aligned}$$

Maka, deret fourier trigonometri untuk gelombang pulsa segi empat gambar (4) adalah :

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\tilde{\omega}_0 t \\
 f(t) &= \frac{1}{2} 6 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos n\tilde{\omega}_0 t
 \end{aligned}$$

karena $\omega_0 = \pi/2$

$$f(t) = 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} t \quad (26)$$

Simulasi Matlab untuk Komponen Gelombang Dasar

Sesuai definisi sebelumnya bahwa suku $(a_1 \cos \tilde{\omega}_0 t + b_1 \sin \tilde{\omega}_0 t)$ adalah : komponen dasar yang mempunyai frekuensi dan perioda sama seperti gelombang aslinya. Di mana :

$$a_1 = \frac{12}{\pi} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{12}{\pi} \quad \text{dan} \quad b_1 = 0$$

Sehingga komponen dasarnya adalah :

$$\frac{12}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} t$$

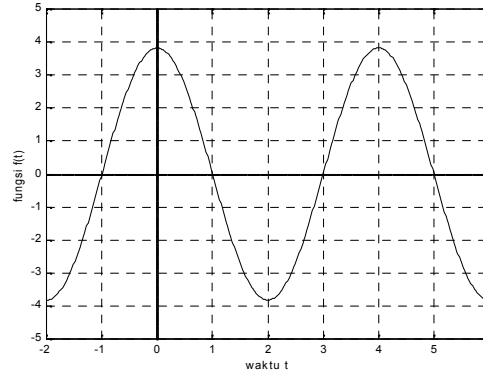
Script Matlab :

```

t = linspace (-10,10,1000);
y = (12/(pi))*(cos(pi*t/2));
y1 = 0;
x1 = 0;
plot (t,y,'b',t,y1,'k',x1,t,'k');
axis ([-2 6 -5 5]);
xlabel ('waktu t');
ylabel ('fungsi f(t)');
grid on;

```

Hasil simulasi ditunjukkan dalam gambar 5.



Gambar 5. Simulasi Komponen Gelombang Dasar untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4

Simulasi Matlab untuk Gelombang Berulang

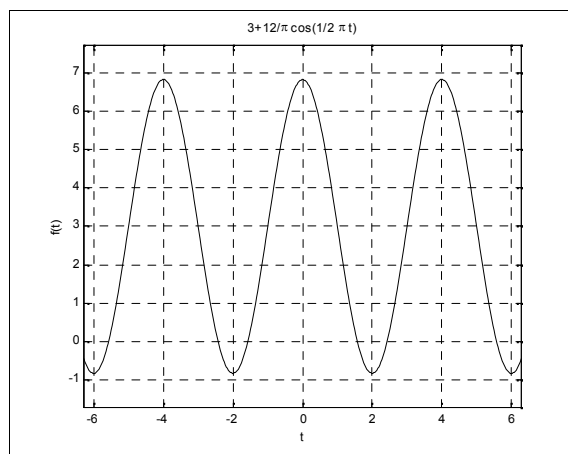
Persamaan (26) adalah persamaan gelombang berulang untuk gelombang pulsa segi empat gambar 4. Program dibuat untuk beberapa harmonisa sehingga pada gelombang tampak perubahan bertahap yang terjadi setiap harmonisa.

Script Matlab :

```

syms t x;
f=12/(x*pi)*(sin(x*pi/2))*(cos(x*pi*t/2));
symsum (f,1,1);
y = 3+ans;
t = linspace (0,10,1000);
ezplot(y);
ylabel ('f(t)')
grid on;

```

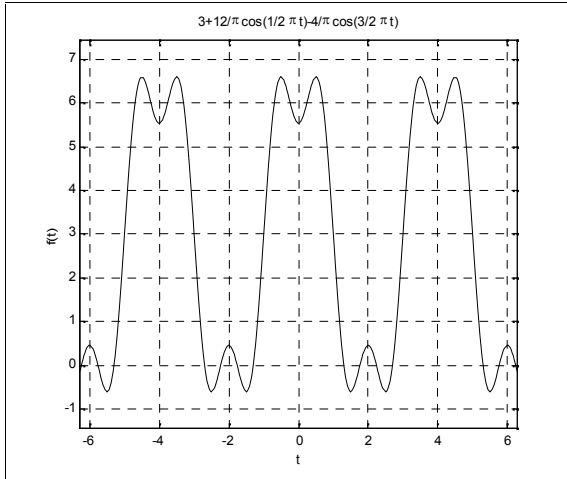


Gambar 6. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4 (harmonisa ke-1)

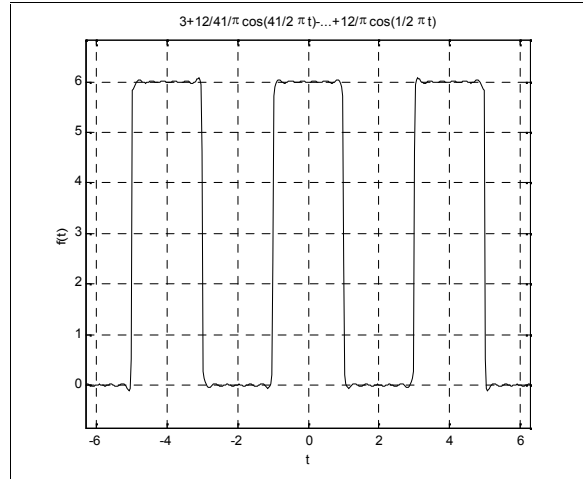
Analisa Gelombang Berulang untuk Gelombang Gigi Gergaji

Misalkan suatu rangkaian menghasilkan bentuk gelombang seperti yang ditunjukkan dalam gambar 11. Dari gambar 11 bisa kita lihat bahwa :

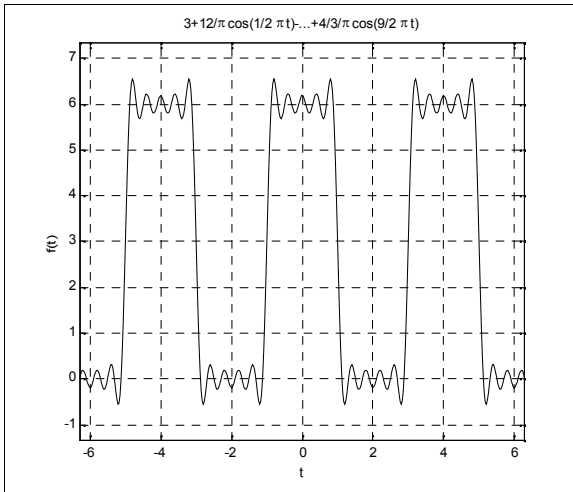
$$\begin{aligned}
 f(t) &= t & -\pi < t < \pi \\
 f(t + 2\pi) &= f(t)
 \end{aligned}$$



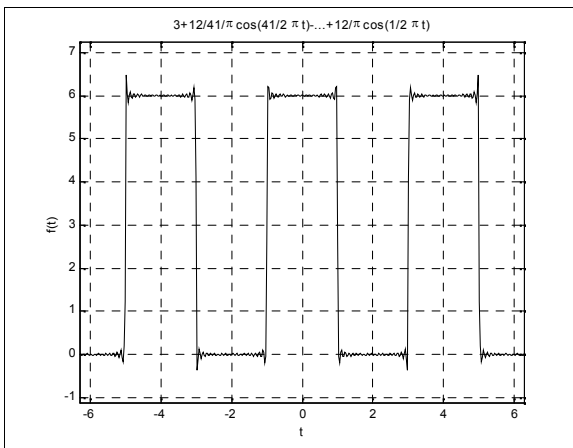
Gambar 7. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4 (harmonisa ke-3)



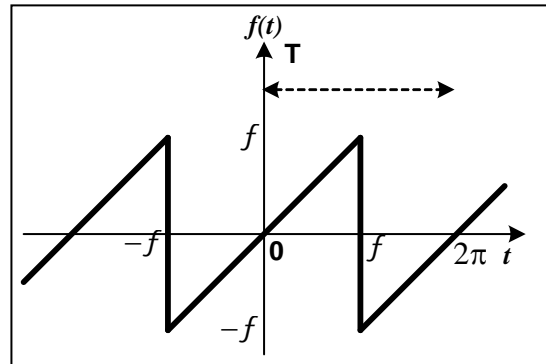
Gambar 10. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4 (harmonisa ke-150)



Gambar 8. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4 (harmonisa ke-10)



Gambar 9. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Pulsa Segi Empat Gambar 4 (harmonisa ke-100)



Gambar 11. Gelombang Gigi Gergaji

$$T = 2\pi, \text{ maka } \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Berdasarkan persamaan (14), (15) dan (16), maka :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t dt = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{2\pi} [\pi^2 - (-\pi)^2] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t dt \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \cos n\omega_0 t dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \cos nt dt = \frac{1}{n\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t d(\sin nt) \\ &= \frac{1}{n\pi} [t \sin nt - \int \sin nt dt] = \frac{1}{n\pi} \left[t \sin nt + \frac{1}{n} \cos nt \right] \\ &= \left[\frac{1}{n\pi} t \sin nt + \frac{1}{n^2\pi} \cos nt \right]_{-\pi}^{\pi} \\ &= \left[\left(\frac{1}{n} \sin n\pi + \frac{1}{n^2\pi} \cos n\pi \right) - \left(\frac{-1}{n} \sin(-n\pi) + \frac{1}{n^2\pi} \cos(-n\pi) \right) \right] \\ &= \left[\frac{1}{n} \sin n\pi + \frac{1}{n^2\pi} \cos n\pi - \frac{1}{n} \sin n\pi - \frac{1}{n^2\pi} \cos n\pi \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt \\
 &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \sin n\omega_0 t \, dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \sin nt \, dt = \frac{-1}{n\pi} \int_{-\pi}^{\pi} t \, d(\cos nt) \\
 &= \frac{-1}{n\pi} \left[t \cos nt - \int \cos nt \, dt \right] = \frac{-1}{n\pi} \left[t \cos nt - \frac{1}{n} \sin nt \right]_{-\pi}^{\pi} \\
 &= \frac{-1}{n\pi} \left[\left(\pi \cos n\pi - \frac{1}{n} \sin n\pi \right) - \left(-\pi \cos(-n\pi) - \frac{1}{n} \sin(-n\pi) \right) \right] \\
 &= \frac{-1}{n\pi} 2\pi \cos n\pi = \frac{-2 \cos n\pi}{n} = \frac{2(-1)^{n+1}}{n}
 \end{aligned}$$

Maka, deret fourier trigonometri untuk gelombang gigi gergaji gambar 11 adalah :

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\check{S}_0 t \\
 f(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin n\check{S}_0 t \\
 \omega_0 &= 1 \\
 f(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{n+1}}{n} \sin nt \quad (27)
 \end{aligned}$$

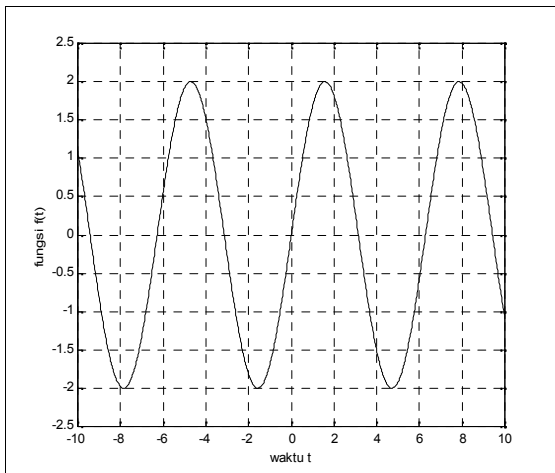
Simulasi Matlab untuk Komponen Gelombang Dasar

Komponen dasar dari gelombang gigi gergaji di atas adalah : $2 \sin t$

Script Matlab :

```

t = linspace (-10,10,1000);
y = 2*sin(t);
plot (t,y,'k')
axis ([-10 10 -2.5 2.5])
xlabel ('waktu t')
ylabel ('fungsi f(t)')
grid on;
    
```



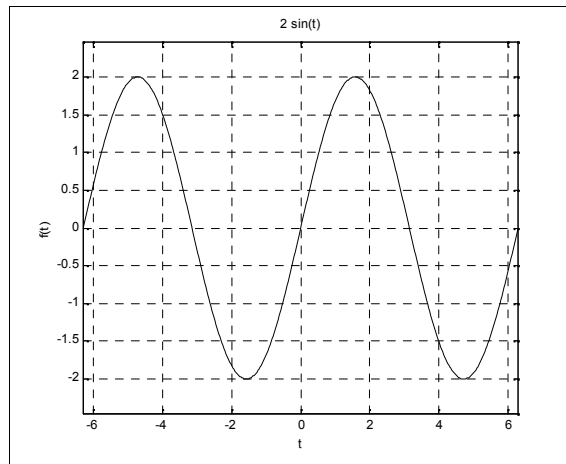
Gambar 12. Simulasi Komponen Gelombang Dasar untuk Gelombang Gigi Gergaji Gambar 11

Simulasi Matlab untuk Gelombang Berulang

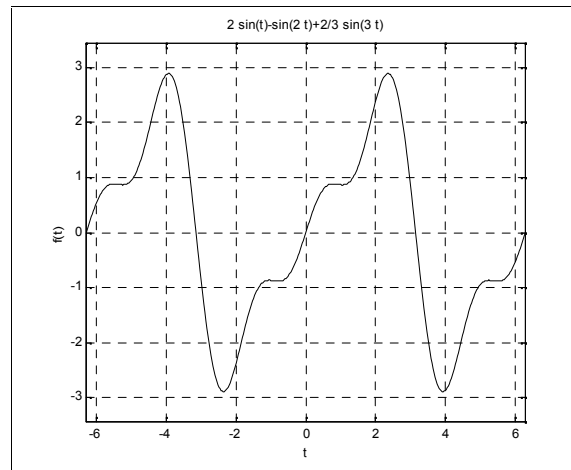
Persamaan (27) adalah persamaan gelombang berulang untuk gelombang gigi gergaji gambar 11.

```

syms t x;
f = 2*((-1)^(x+1))*sin(x*t)/x
symsum (f,1,10)%angka 10 menunjukkan harmonisa ke-10
y = ans
pretty (y)
t = linspace (0,10,1000);
ezplot(y)
    
```



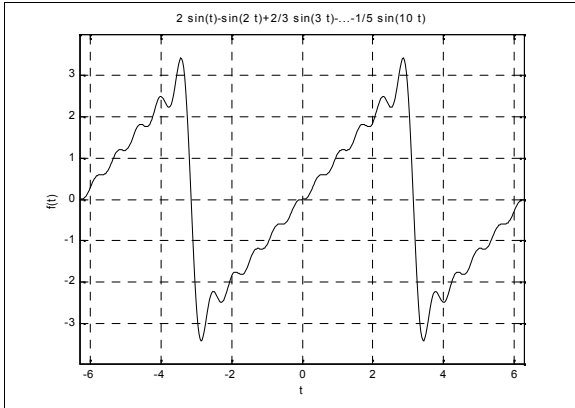
Gambar 13. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Gergaji Gambar 11 (harmonisa ke-1)



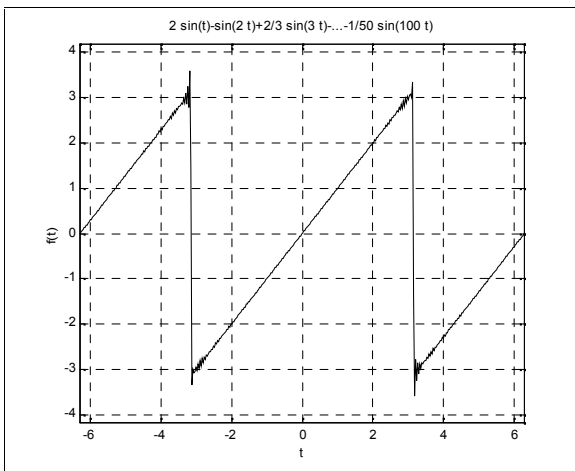
Gambar 14. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Gergaji Gambar 11 (harmonisa ke-3)

Analisa Gelombang Berulang untuk Gelombang Sinusoida tersearahkan Setengah Gelombang (half-wave rectified)

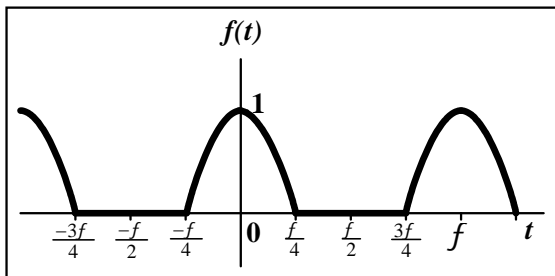
Misalkan suatu rangkaian menghasilkan bentuk gelombang seperti yang ditunjukkan dalam gambar 17.



Gambar 15. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Gergaji Gambar 11 (harmonisa ke-10)



Gambar 16. Simulasi Gelombang Berulang untuk Gelombang Gergaji Gambar 11 (harmonisa ke-100)



Gambar 17. Half Wave Rectified

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\frac{3}{4}\pi \leq t < -\frac{1}{4}\pi \\ \cos 2t & -\frac{1}{4}\pi \leq t < \frac{1}{4}\pi \\ 0 & \frac{1}{4}\pi \leq t < \frac{3}{4}\pi \end{cases}$$

$$f(t + \pi) = f(t)$$

$$T = \pi, \text{ maka } \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \cos 2t \, dt = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} \sin 2t \right]_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = \frac{1}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} - \left(-\sin \frac{\pi}{2} \right) \right] = \frac{1}{\pi} [1 + 1] = \frac{2}{\pi}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos n\omega_0 t \, dt$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \cos 2t \cos 2nt \, dt = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \cos 2t(1+n) + \cos 2t(1-n) \, dt$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{2(1+n)} \sin 2t(1+n) + \frac{1}{2(1-n)} \sin 2t(1-n) \right]_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{\sin \frac{1}{2}\pi(1+n)}{2(1+n)} + \frac{\sin \frac{1}{2}\pi(1-n)}{2(1-n)} \right) - \left(\frac{-\sin \frac{1}{2}\pi(1+n)}{2(1+n)} - \frac{\sin \frac{1}{2}\pi(1-n)}{2(1-n)} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sin \frac{1}{2}\pi(1+n)}{(1+n)} + \frac{\sin \frac{1}{2}\pi(1-n)}{(1-n)} \right)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin n\omega_0 t \, dt$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \cos 2t \sin 2nt \, dt = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} \sin 2t(1+n) - \sin 2t(1-n) \, dt$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{-1}{2(1+n)} \cos 2t(1+n) + \frac{1}{2(1-n)} \cos 2t(1-n) \right]_{-\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{4}\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{-\cos \frac{1}{2}\pi(1+n)}{2(1+n)} + \frac{\cos \frac{1}{2}\pi(1-n)}{2(1-n)} \right) - \left(\frac{-\cos \frac{1}{2}\pi(1+n)}{2(1+n)} + \frac{\cos \frac{1}{2}\pi(1-n)}{2(1-n)} \right) \right]$$

$$= 0$$

Maka, deret fourier trigonometri untuk *half-wave rectifier* gambar 17 adalah :

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t \quad \omega_0 = 2$$

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{f} \left(\frac{\sin \frac{1}{2}f(1+n)}{(1+n)} + \frac{\sin \frac{1}{2}f(1-n)}{(1-n)} \right) \cos 2nt \quad (28)$$

Simulasi Matlab untuk Komponen Gelombang Dasar

Komponen dasar dari gelombang *half-wave rectifier* di atas adalah :

$$\frac{1}{f} \left(\frac{\sin f}{2} + \frac{\sin 0}{0} \right) \cos 2t$$

Script Matlab

```
syms t x;
f1 = sin(0.5*pi*(1+0.999))/(1+0.999);
f2 = sin(0.5*pi*(1-0.999))/(1-0.999);
y = (1/pi)*(f1 + f2)*cos(2*0.999*t);
ezplot (y);
title ('komponen dasar half-wave rectifier');
grid on
```

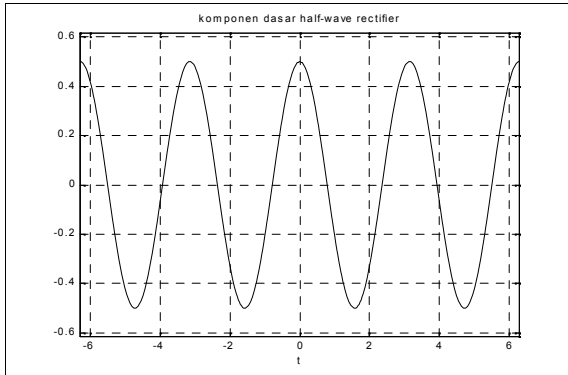
Simulasi Matlab untuk Gelombang Berulang

Persamaan (5.7) adalah persamaan gelombang berulang untuk sinusoida tersearaskan setengah gelombang gambar 17.

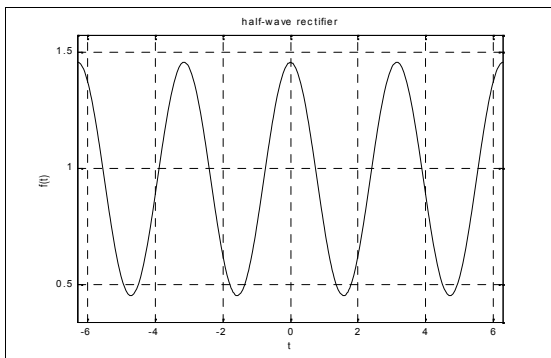
Script Matlab

```

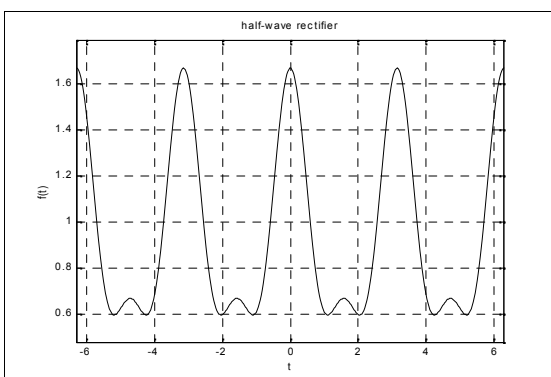
syms t x;
f1 = sin(0.5*pi*(1+x))/(1+x);
f2 = sin(0.5*pi*(1-x))/(1-x);
sigma = (1/pi)*(f1 + f2)*cos(2*x*t);
y = symsum (sigma,0.0000001,2);
f = (1/pi)+ y;
ezplot (f);
title ('half-wave rectifier')
ylabel('f(t)');
grid on
    
```



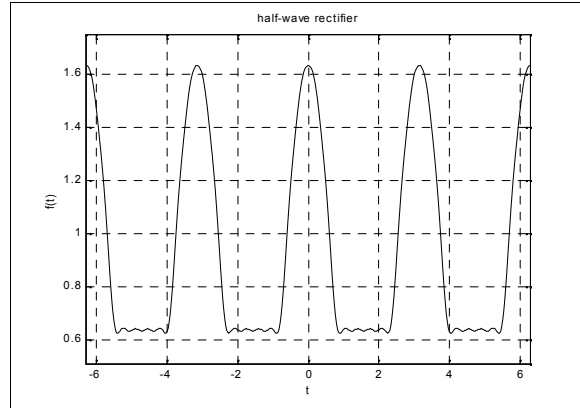
Gambar 18. Simulasi Komponen Gelombang Dasar untuk *Half-wave rectifier* Gambar 17



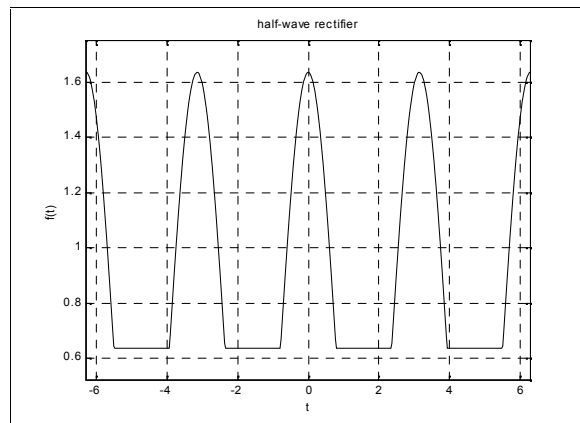
Gambar 19. Simulasi Gelombang Berulang untuk *Half-wave rectifier* Gambar 17 (Harmonisa ke-2)



Gambar 20. Simulasi Gelombang Berulang untuk *Half-wave rectifier* Gambar 17 (Harmonisa ke-3)



Gambar 21. Simulasi Gelombang Berulang untuk *Half-wave rectifier* Gambar 17 (Harmonisa ke-10)



Gambar 22. Simulasi Gelombang Berulang untuk *Half-wave rectifier* Gambar 17 (Harmonisa ke-100)

6. PENUTUP

Kesimpulan

- Gelombang berulang atau fungsi periodik $f(t)$ dapat dinyatakan sebagai jumlah suatu deret tak berhingga yang disebut sebagai Deret Fourier.
- Deret Fourier adalah suatu deret trigonometri yang memiliki koefisien-koefisien yang diperoleh dari suatu fungsi tertentu melalui pengintegralan.
- Periode T merupakan periode dari frekuensi gelombang dasar.
- Frekuensi ω_0 merupakan frekuensi dasar untuk harmonisa pertama
- Ketakberhinggaan penjumlahan koefisien deret merupakan kesulitan utama untuk menggambar atau memvisualisasikan gelombang periodik yang terjadi dalam setiap harmonisa.
- Matlab sebagai bahasa pemrograman komputasi teknis, mampu membuat suatu tampilan gelombang dengan perintah-perintah

yang lebih sederhana daripada bahasa pemrograman lainnya.

- Dengan Matlab kita bisa membuat berbagai bentuk gelombang periodik, tanpa harus susah payah menghitung dan menganalisa titik-titik koordinat data untuk menentukan bentuk kurva setiap perioda.
- Dari hasil simulasi pemrograman Matlab, dengan mudah kita dapat membuktikan bahwa Deret Fourier merupakan fungsi umum bagi semua gelombang berulang.
- Integral trigonometri merupakan ilmu matematika utama yang harus dikuasai untuk membuat tampilan gelombang berulang kompleks.

Saran

- Untuk menggunakan Matlab, tentunya para pengguna harus menguasai ilmu matematika dasar, karena bahasa pemrograman yang digunakan berdasarkan pada persamaan-persamaan matematika.
- Agar bisa lebih mudah memahami, pada saat mempelajari Matlab supaya langsung berhadapan dengan komputer dan langsung mempraktekkan apa yang tertulis di panduan.
- Dari semua kemampuan dan fasilitas yang dimilikinya, memang Matlab hanya diperuntukkan untuk orang-orang fisika dan teknik. Tetapi kalau dipelajari lebih jauh, Matlab juga bisa digunakan dalam disiplin ilmu lainnya.
- Khusus bagi yang tidak suka matematika, untuk analisis gelombang berulang kompleks dalam penulisan ini, pemahaman matematika (terutama integral trigonometri) merupakan suatu keharusan, jadi dibutuhkan keuletan.

6. DAFTAR PUSTAKA

1. Hanselman, Duane dan Bruce Littlefield. (2001). *Matlab Bahasa Komputasi Teknis*. Pearson Education Asia Pte. Ltd. Penerbit ANDI Yogyakarta.
2. Hayt, William H., Jr., dan Jack E. Kemmerly. (1992). *Rangkaian Listrik Jilid 2*. Edisi keempat. Penerjemah Pantur Silaban Ph.D. Erlangga. Jakarta.
3. Kreyszig, Erwin. (1993). *Matematika Teknik Lanjutan*. Edisi ke-6. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
4. Mismail, Budiono. (1997). *Rangkaian Listrik Jilid Kedua*. Penerbit ITB. Bandung,
5. Roddy, Dennis, dan John Coolen. (2002) *Komunikasi Elektronika Jilid 1*. Edisi Ketiga. Penerjemah IKamal Idris. Erlangga . Jakarta.